フラクタル次元解析法による骨梁パターンの解析

川崎医療短期大学　放射線技術科*
シカゴ大学　ロスマン放射線像研究所**

山下　一也*　北山　彰*　板谷　道信*　荒尾　信一*
天野　貴司*　西村　明久*　石田　隆行**

（平成７年８月21日受理）

Analysis of Trabecular Pattern Using Fractal Dimension Analysis Technique

Kazuya YAMASHITA*, Akira KITAYAMA*, Michinobu ITAYA*, Shinichi ARAO*, Takashi AMANO*, Akihisa NISHIMURA* and Takayuki ISHIDA**

**Department of Radiological Technology*
Kawasaki College of Allied Health Professions
Kurashiki, Okayama 701-01, Japan

***Department of Radiology, Kurt Rossmann Labs.*
The University of Chicago
Chicago, Illinois 60637, U.S.A.
(Received on Aug. 21, 1995)

Key words：骨梁像解析，フラクタル次元解析，骨粗鬆症，画像診断支援

概　　要

Ｘ線写真をディジタル化し，その画像データを解析して画像のもつ特徴を客観的に評価することは，臨床上，画像診断を支援する重要な手段になるので非常に有意義なことである。

本研究は，高年齢化社会にともない焦眉の問題となっている骨粗鬆症の進捗に起因する腰椎骨の骨梁パターンの変化を，フラクタル次元解析法を適用しテクスチャ解析するものである。解析のインデックスとして，フラクタル次元と RMS 値を用いて評価した。あわせて初期の研究で開発したパワースペクトル解析法の結果とも照合し検討を加えた。

その結果，骨梁パターンの解析・評価において，フラクタル次元解析法の適用で有用な情報を抽出することが可能になった。また，骨梁パターンの正常と異常の区分，病態の進捗にともなう異常の程度などがフラクタル次元解析によってより明瞭になった。

１．は じ め に

Ｘ線写真（画像）をディジタル化し，その画像データを解析することによって画像のもつ特徴を客観的に評価することは，コンピュータ断層撮影法（Ｘ線 CT）やコンピューテッドラジオグラフィ（CR）などの画像モダリティと相応して，臨床上大変有意義なことである。しかしディジタル画像のもつ画像情報は，増感紙/フィルム系に代表されるアナログ画像と同程度かそれ以下である。

他方，これまでＸ線写真の読影の多くは，読影医の経験をもとにした心理的主観的判断にゆだねられてきた。この読影医の主観的で恣意的

な画像診断だけでは，思い違いや見落としを避けることができない。胸部X線写真で異常陰影の存在の約30%は，見落とされるという報告[1]もある。この弊害を避けるために複数の読影医で判断して診断に客観性を与えるなどの工夫がなされているが，種々の制約もあって必ずしも充分であるとはいえない。また前記した理由でディジタル化によって診断精度が飛躍的に向上するとも思われない。

本研究では，画像をディジタル化することによってデータの処理や解析が容易になる特徴を生かし積極的に画像診断に利用しようとするものである。研究の目的は側面腰椎骨のX線骨梁像を取り上げ，その骨梁パターンが疾病（たとえば骨粗鬆症）の有無や進捗によって変化することを定量的な尺度に置き換え，客観的なデータとして読影医に提供し，思い違いや見落としを減少させ読影の精度を上げるための支援システム（computer-aided diagnosis, CAD）を構築することである。この CAD については，すでに1980年代後半から主として胸部や乳房などの画像を対象にした多くの研究がある[2)-7)]が，骨X線像を対象にした研究は比較的すくない。

解析法は，骨梁パターンを非線形幾何学図形と考えフラクタル次元解析法を適用する。定量的尺度としては，フラクタル次元と骨梁像の写真濃度の変動を計量する RMS（root mean square）値を採用した。また過去の研究[8)-10)]で明らかにした腰椎骨側面X線写真の骨梁や骨写真濃度を観察して主観的に骨粗鬆症の有無と進捗を診断する慈大式分類法[11)]と，パワースペクトル解析法で得られた骨梁陰影の細かさや粗さを表わす一次モーメントとの相関の結果と照合し検討を加えた。

2．フラクタル次元[12)-15)]

フラクタルという概念や用語は，1975年に B. B. Mandelbrot が提案したもので，その語源はラテン語の fractus（物が壊れて不規則な破片になった状態）である。Mandelbrot は，一般に用いられているトポロジカル次元よりも大きい集合である Hausdorff 次元がフラクタル次元を表わす測度としてもっともふさわしいとした。Hausdorff 次元は，Hausdorff が1919年に定義したもので，ある集合を示す図形を特徴づける長さや面積にあたる値（測度）と考えられ，次のように示されている。

ある図形が一辺 d の正方形 $N(d)$ 個で覆われたとする。このときの Hausdorff 次元の測度 $M^k(X)$ は，

$$M^k(X) \fallingdotseq \lim_{d\to 0}\{\sum_{i=1}^{N(d)}(\sqrt{2}d)^k \mid X \subseteq \bigcup_{i=1}^{N(d)} U_i\} = \lim_{d\to 0}\{N(d)\times(\sqrt{2}d)^k\} \quad (1)$$

である。ここで，U_i は正方形，d は U_i の一辺の長さを表す。いまある定数 k_0 のもとで，種々の長さ d をもつ正方形が，対象の図形を覆う個数を $N(d)$ 個とすれば，

$$N(d) = \alpha d^{-k_0} \quad (\alpha \text{ は正の定数}) \quad (2)$$

となり，

$$\lim_{d\to 0}\{N(d)\times(\sqrt{2}d)^{k_0}\} = \alpha\sqrt{2}^{\,k_0} \quad (3)$$

と表すことができる。

したがって，図形の Hausdorff 次元の測度 $M^k(X)$ は，$k = k_0$ において

$$M^{k_0}(X) \fallingdotseq \alpha\sqrt{2}^{\,k_0} \quad (4)$$

という有限確定の値をもつ。そしてこの k_0 をその図形のフラクタル次元と定義する。

ここで(2)式の両辺に自然対数をとれば，

$$\log_e N(d) = -k_0 \log_e d + \log_e \alpha \quad (5)$$

という直線の関係式になる。したがって正方形の一辺の長さ d と，その正方形の個数 $N(d)$ がわかれば，(5)式から，直線の傾きの絶対値 k_0，つまりフラクタル次元を求めることができる。

一般にフラクタル次元を求める方法には，

①ボックスカウンティング法[16)]：正方形のサイズを順次，縮小させながらフラクタル画像に近似させて求める。

②相関関数法：フラクタル図形では，その相関関数はベキ乗の形になる。このベキ指数から求める。ただしその図形が定常であることが前提である。

③パワースペクトル法：フラクタル図形では，そのスペクトルを求めるときカットオフ周波数を変化させてもスペクトルの形は変わらないが，この時のスペクトルもベキ乗の形になる。②と

同様にその指数から求める。この場合も図形が定常であることが前提となる。

などがある。これらの方法のなかで画像解析に広く用いられているのは，(1)式～(5)式を適用したボックスカウンテング法である。本研究でもボックスカウンテング法を採用し，次のような方法でフラクタル次元を求めることにする。

Fig. 1 (a), (b)に示した任意のフラクタル図形（実際には 2 値化した画像データ）のフラクタル次元を求める場合において，この画像を一辺が d_1 の正方形に分割する（Fig. 1 (a)）。対象となるテクスチャの一部がその正方形で覆われた部分（図では斜線部）の数を数え，$N(d_1)$ 個あったとする。次に Fig. 1 (b)に示すように，一辺が d_2（$d_1 > d_2$）の正方形で同様に分割し，図形を覆った正方形の数を数え，それが $N(d_2)$ 個であったとする。このように順次，分割する正方形の一辺の長さを小さくしていき，その都度正方形に覆われた部分の数を数えていく。その一例を Table 1に示した。

ここで，図形を覆うための正方形の一辺の長さの自然対数値（$\ln d$）と，図形を覆った正方形の数の自然対数値（$\ln N(d)$）をそれぞれ両対数座標に描けば，Fig. 2 のように直線になる。フラクタル次元はこの直線の傾きの絶対値で与えられる。このフラクタル次元の大きさは画像（図形）の複雑さに関係する物理量で，複雑さが増せば大きな値となる。

3．方　　法

3-1　使用機器

Fig. 3 は，本実験に用いた画像処理システムの

Table 1　An example of the box-counting method.

d(mm)	$\log_e d$	$N(d)$	$\log_e N(d)$
1.6	0.470	16	2.773
0.8	−0.223	63	4.143
0.4	−0.916	189	5.242
0.2	−1.609	437	6.080
0.1	−2.303	845	6.739

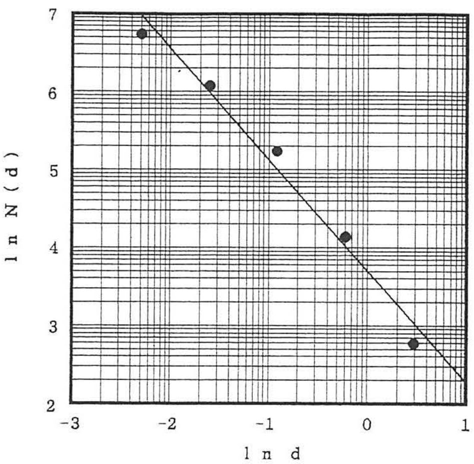
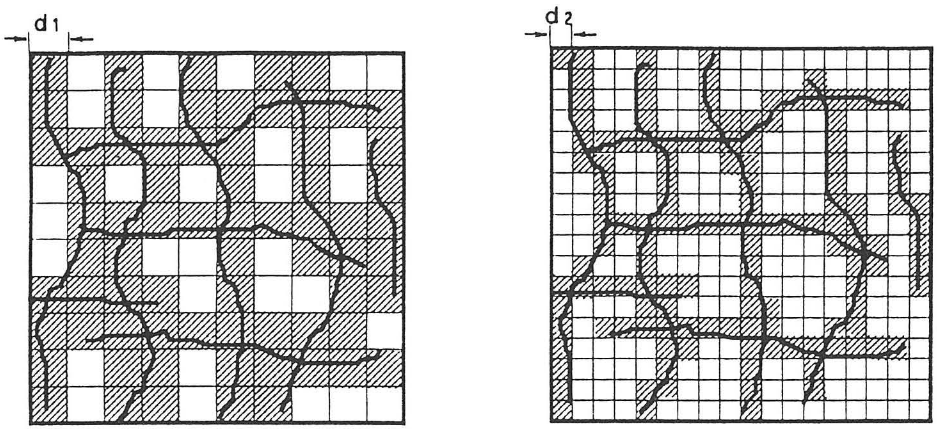


Fig. 2　An example of the box-counting method (by Table 1).



(a)　　(b)

Fig. 1　The fractal dimension of the structure of bone trabecula is measured by the box-counting method.
(a) The number of boxes: $N(d_1) = 70$.　(b) The number of boxes: $N(d_2) = 133$.

構成図である。

画像入力カメラ：高解像度 CCD カメラ FCD-10[B/W]（池上通信機），レンズはニコン AF-NIKKOR[35-70㎜]（ニコン）

画像処理装置：TVIP-2000PC，512×512×8 bit の汎用形（日本アビオニクス）

画像モニタ：PVM-1371Q（ソニー）

ホストコンピュータ：PC-9801VX21（NEC）

画像処理ソフトウェア：Image Command 98（画像処理アプリケーション），TVIP-Handler（画像処理装置制御サブルーチン）

計算ソフトウェア：自作

3-2　実験方法

Fig. 4 は実験の方法を示した流れ図である。

対象にしたのはⅢ腰椎骨の側面X線写真。サンプル数は77例，うち正常が30例，異常が47例（慈大式分類法で初期からⅢ度に判定されたもの）である。

①CCD カメラで対象のX線写真を入力する。ROI マトリックスサイズは64 pixel×64 pixel，サンプリング間隔はX線写真を光学的に拡大し，0.1㎜に整合させている。また写真濃度の量子レベルは 8 bit である。

②入力画像のトレンド補正を行なう。これは腹腔内ガスや写真濃度の不均一部分などが対象と重なってノイズを形成するので，可能な範囲で排除するものである。その方法は，一般に用いられている最小自乗法 2 次関数近似法で行なった。

③補正後の画像データから RMS 値を求め一つのテクスチャメジャとする。

④同じく画像データのヒストグラムを求め，2 値化画像を得る。

⑤この 2 値化画像データから，前述した方法でフラクタル次元を求めもう一つのテクスチャメジャとする。

⑥ここで，RMS 値は画像の写真濃度の変動の大きさを表わす物理量で，次式で求める[17]。

$$RMS = \left[\int_{-\infty}^{\infty}\int_{-\infty}^{\infty} VIS^2(u,v)\,|F(u,v)|^2\,du\,dv\right]^{\frac{1}{2}} \quad (6)$$

$VIS(u,v)$ は，視覚のレスポンス関数で骨梁パターンに含まれている高周波のモトルと画像上の低周波雑音を排除する働きをする。また $F(u,v)$ は骨梁パターンの Fourier 変換で，その鮮鋭さに関与する。そして u, v は直交する 2 方向の空間周波数である。

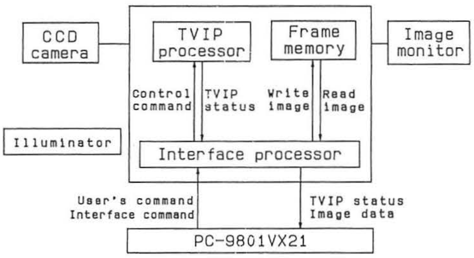


Fig. 3　Block diagram of the image processing system.

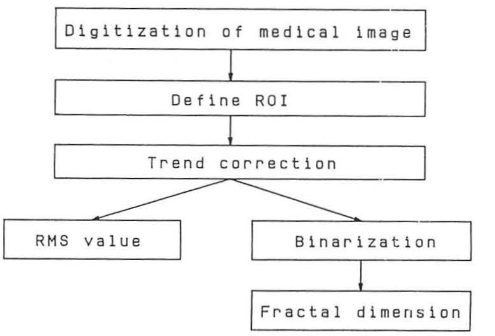


Fig. 4　Flow chart of this method. Two texture measurements are obtained.

4．結　　果

Fig. 5 は，フラクタル次元を求めるためのある症例の log/log グラフである。一例として示した。これから正常例の傾きが−1.435，異常例の

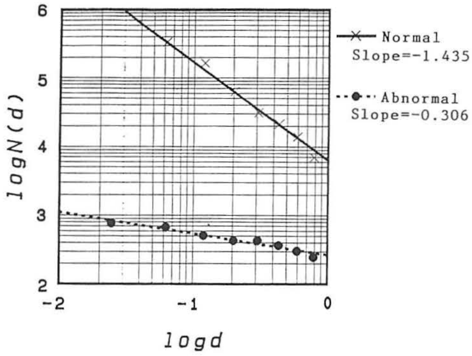


Fig. 5　Double natural logarithmic plot of box-counting number versus regular grid with mesh size.

傾きが−0.306と算出される。つまりフラクタル次元は，それぞれ1.435，0.306と与えられる。

Fig. 6 は，全症例を横軸にフラクタル次元，縦軸に RMS 値をとって示した散布図である。参考のために最小自乗法1次関数近似でトレンド補正した場合の結果を Fig. 7 に示した。

Fig. 8 (a), (b)は，パワースペクトル解析法で得られた散布図で，いずれも縦軸は RMS 値である。図の(a)は，パワースペクトルの主軸の一次モーメント，(b)は主軸から直交する軸の一次モーメントをそれぞれ横軸にとっている。

また，全サンプルのうち30例（正常が5例，異常は25例）は，DEXA（dual energy X-ray absorptiometry）によって BMD (bone mineral

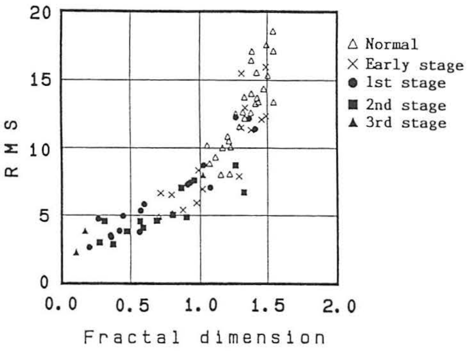


Fig. 6 Scatter diagram for texture measurements. Fitting function of trend correction is of the 2nd-order approximation.

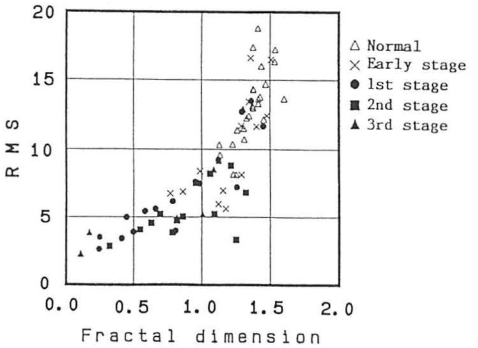


Fig. 7 Scatter diagram for texture measurements. Fitting function of trend correction is of the 1st-order approximation.

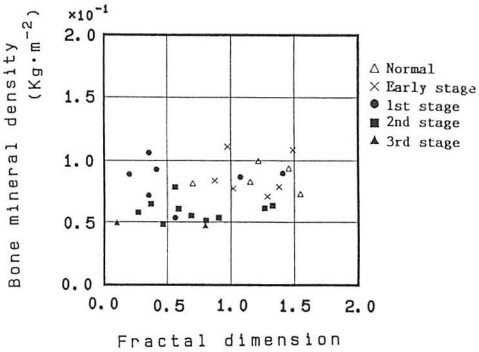
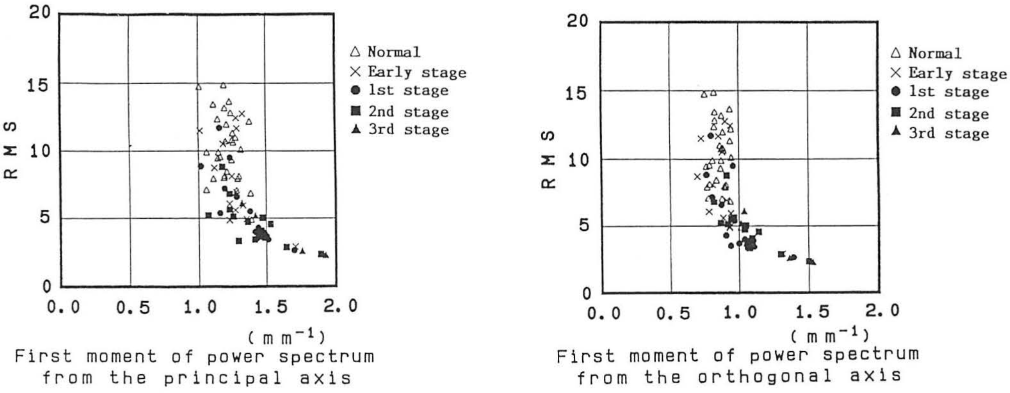


Fig. 9 The relationship between the BMD value and the fractal dimension.



(a) (b)

Fig. 8 This figure shows the scatter diagram for texture measurements which were calculated using the power spectrum.

(a) First moment of power spectrum from the principal axis represents information on the horizontal trabecular pattern.

(b) First moment of power spectrum from the orthogonal axis indicates information on the vertical trabecular pattern.

Table 2 The correlation coefficient of scatter diagrams.

	Figure number				
	6	7	8 (a)	8 (b)	9
Correlation coefficient	0.899	0.835	−0.646	−0.663	0.370

density）値が得られていたので，Fig. 9 にフラクタル次元との関係を示しておいた。

Table 2 は，各散布図から求めた相関係数である。

5．考　　察

本実験では，画像データ入力のさいの ROI マトリックスサイズを128 pixel×128 pixel と64 pixel×64 pixel の二種類で行なったが，基礎実験の段階で相関係数を比較したところ後者の方が約0.1高かったので，マトリックスサイズは64 pixel×64 pixel を用いることにした。

トレンド補正については，最小自乗法の１次関数近似と２次関数近似の二通り取り上げた。解析の結果，２次関数近似の方がフィティングに好結果を得た。またそれぞれの相関係数を比較してみると，明らかに２次関数近似の方が高い相関を示している。これは実験の対象とした第Ⅲ腰椎骨形状がもともと円柱状で，側面像の写真濃度分布の変化が２次関数に近似できるからである。そしてより高次の関数近似にすれば，信号成分のカットも大きくなるので，本実験では３次以上の近似は考えなかった。

ディジタル画像データを２値化するさいの閾値の決定には，大津のアルゴリズムによる判別分析法[18]を用いた。これは画像のヒストグラムを求めるとき，写真濃度の高低やヒストグラムの形状に関係なく高速で，しかも安定した閾値が得られる特徴をもっているからである。

２次関数近似におけるフラクタル次元と RMS 値の散布図（Fig. 6）において，RMS 値が７以下，フラクタル次元が1.0以下の範囲には，ほとんどの異常例が包含され，正常・初期の症例と明らかに分離区分されていることがわかる。一方，パワースペクトル解析法における一次モーメントとの散布図（Fig. 8 (a)，(b)）では，正常例と異常例の分離がそれほど明確にでない。それぞれの相関係数をみてもフラクタル次元解析法では，0.899と比較的高い相関を示しているが，パワースペクトル解析法のそれは逆相関ではあるが，0.646，0.663と中程度の相関である。このことからもフラクタル次元解析法の方が，診断支援に適していることが分かる。

フラクタル次元が，正常例で1.0以上の高い値，異常例で1.0以下の低い値であったことは，正常例の骨梁構造がより複雑な形態（図形）を有していることを意味している。このことは，骨粗鬆症のように疾病の進捗とともに骨梁陰影が縦横に密な状態から細小化していき，やがて陰影が消褪していく変化に対応する。

また，フラクタル次元と BMD 値との散布図（Fig. 9）では，正常例と異常例がそれほど明確に分離しているとは思えない。また相関係数も0.370で弱相関であった。これは BMD 値が骨強度を表す定量的尺度の一つではあるが，骨梁自体の構造の情報を含まないという報告[19]や，BMD 値が同じでも，骨梁構造は違うという事例[20]もある。本実験での解析の結果は，BMD 値では測り得ない骨梁の構造を客観的に計測したものであるが，他面では骨強度を違った角度から測ったことになる。その結果，弱い相関になったものと考えている。これについては，別の部位の骨梁像を対象に追試を重ね，症例数を増やして検討を続けることにする。

6．結　　論

(1)フラクタル次元解析法は，パワースペクトル解析法と比較して，正常例と異常例の分離・区分が明瞭であった。このことは診断支援に有効な情報を提供するものである。

(2)ただフラクタル次元解析法は，複雑さの大きさを表す手法であるが，複雑さの形式については評価し得ない。この点で，パワースペクトル解析法を併用することで，より高い精度での診断支援の可能性をもっている。

(3)本研究で用いたフラクタル次元と RMS 値は，骨梁の構造を表す物理量であり，テクスチャ・インデックスとして有用であり，同時に骨強度の一つの尺度として有効な情報を与えてくれることが分かった。

謝　辞

研究の過程で，貴重な助言をいただいたシカゴ大学教授の土井邦雄博士と岩手医科大学の桂川茂彦博士に心から感謝申し上げる。

引用文献

1）Tuddenham WJ：Visual search, image organization and reader error in roentgen diagnosis. Radiology, **78**, 694—704,（1962）
2）Chan HP, Doi K, et al：Image feature analysis and computer-aided diagnosis in digital radiography: 1. Automated detection of microcalcifications in mammography. Med. Phys., **14**, 538—548,（1987）
3）Fujita H, Doi K, et al：Image feature analysis and computer-aided diagnosis in digital radiography: 2. Commputerized determination of vessel sizes in digital subtraction angiography. Med. Phys., **14**, 549—556,（1987）
4）Giger ML, Doi K, et al：Image feature analysis and computer-aided diagnosis in digital radiography: 3. Automated detection of nodules in peripheral lung fields. Med. Phys., **15**, 158—166,（1988）
5）Katsuragawa S, Doi K, et al：Image feature analysis and computer-aided diagnosis in digital radiography: Detection and characterization of interstitial lung disease in digital chest radiography. Med. Phys., **15**, 311—319,（1988）
6）Nakamori N, Doi K, et al：Image feature analysis and computer-aided diagnosis in digital radiography: Automated analysis of sizes of heart and lung in digital chest radiogaphy. Med. Phys., **17**, 342—350,（1990）
7）土井邦雄，桂川茂彦，他：ディジタルラジオグラフィにおけるコンピュータ支援診断の可能性．日放技学誌，**45**（5），653—663，（1989）
8）滝川　厚，石田隆行，山下一也，他：骨梁像のスペクトル解析——基礎的実験とシミュレーション．日放技学誌，**47**（9），1659—1669，（1991）
9）Ishida T, Takigawa A, Yamashita K：Spectral analysis of trabecular patterns. IMEKO TC7 Int'l Symp. on AIMac'91 Proceeding, 199—204,（1991）
10）石田隆行，山下一也，滝川　厚：骨梁像のスペクトル解析．医用画像情報学会誌，**9**（1），32—40，（1992）
11）伊丹康人，大畠　襄：骨粗鬆症の疫学と臨床．日整会誌，**38**，487—489，（1964）
12）B.B. Mandelbrot 著，広中平祐監訳：フラクタル幾何学．日本経済新聞社，4—5，157—165，（1985）
13）高安秀樹：フラクタル．朝倉書店，7—25，（1986）
14）卜部東介，大森英樹，他：幾何学にみる一次元からのイメージ．遊星社，4—10，（1988）
15）石村貞夫，石村園子：フラクタル数学．東京図書，100—148，（1990）
16）J. Feder 著，松下　貢，他訳：フラクタル．啓学出版，12—17，（1991）
17）Katsuragawa S, Doi K, et al：Image feature analysis and computer-aided diagnosis in digital radiography: Classification of normal and abnormal lungs with interstitial disease in chest images. Med. Phys., **16**, 38—44,（1989）
18）大津展之：判別および最小2乗基準に基づく自動しきい値選定法．電子通信学会誌(D)，Vol. J63-D，349—356，（1980）
19）森田陸司，福永仁夫，他：骨ミネラル量測定の臨床的意義．日放技学誌，**46**（7），903—910，（1990）
20）本間哲夫：骨生検による骨量測定．第4回骨粗鬆症シンポジウム，プロシーディング，協和企画通信，9—22，（1988）